

Wie viele

Fußballfelder

passen eigentlich
auf die Erde?



Aufgabe:

Die Erde sei, was nicht ganz realistisch ist, ein gleichmäßiges Ellipsoid (auch Kugel genannt) mit einem 40075161 Meter langen Äquator und mit einer glatten Oberfläche (d.h. ohne Berge), die zu 71% mit Wasser und zu 29% mit Land bedeckt ist. Für wie viele Fußballfelder reicht der Platz auf der Erde aus, wenn jedes Feld eine Seitenlänge von 100m hat und von einer Laufbahn der Länge 400m umfasst wird? Fertige zunächst eine Skizze an!

Hinweis:

Der Flächeninhalt der Oberfläche einer Kugel ist gegeben durch $A = 4\pi \cdot r^2$.



Neues Olympiastadion Berlin

Lösung:

1. Erdradius

gegeben: Länge des Äquators: $u = 40075161\text{m}$

gesucht: Erdradius r_{Erde}

Rechnung:
$$u_{\text{Erde}} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Erde}} \Rightarrow r_{\text{Erde}} = \frac{u_{\text{Erde}}}{2\pi} = \frac{40075161\text{m}}{2\pi} = 6378160\text{m}$$

2. Oberfläche der Erde

gegeben: Erdradius: $r_{\text{Erde}} = 6378160\text{m}$

gesucht: Oberfläche der Erde A_{Erde} ; Landfläche auf der Erde A_{Land}

Rechnung:
$$A_{\text{Erde}} = 4\pi \cdot r_{\text{Erde}}^2 = 4\pi \cdot (6378160\text{m})^2 = 5,112115803 \cdot 10^{14}\text{m}^2$$

$$A_{\text{Land}} = 0,29 \cdot A_{\text{Erde}} = 0,29 \cdot 5,112115803 \cdot 10^{14}\text{m}^2 = 1,482513583 \cdot 10^{14}\text{m}^2$$

3. Breite des Fußballfeldes

gegeben: Die Länge der Laufbahn beträgt 400m, davon sind 2 x 100m gerade, und 2 x 100m jeweils in Form eines Halbkreises. Das ergibt zusammen einen Kreis mit $u_{\text{Bahn}} = 200\text{m}$.

gesucht: Radius der Kreisbögen der Bahn r_{Bahn} , Breite des Fußballfeldes b .

Rechnung:
$$u_{\text{Bahn}} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Bahn}} \Rightarrow r_{\text{Bahn}} = \frac{u_{\text{Bahn}}}{2\pi} = \frac{200\text{m}}{2\pi} = 31,83\text{m}$$

$$b = 2 \cdot u_{\text{Bahn}} = 2 \cdot 31,83\text{m} = 63,66\text{m}$$

4. Fläche des Fußballfeldes

gegeben: Länge des Feldes $l = 100\text{m}$, Breite des Feldes $b = 63,66\text{m}$

gesucht: Fläche des Feldes A_{Feld}

Rechnung:
$$A_{\text{Feld}} = b \cdot l = 100\text{m} \cdot 63,66\text{m} = 6366\text{m}^2$$

Auf die Erde passen also
$$\frac{A_{\text{Land}}}{A_{\text{Feld}}} = \frac{1,482513583 \cdot 10^{14}\text{m}^2}{6366\text{m}^2} = 2,328799219 \cdot 10^{10},$$

also ca. 23,33 Milliarden Fußballfelder auf die Erde.